首先我们简单了解一下二维小波变换的塔式结构。我们知道，一维小波变换其实是将一维原始信号分别经过低通滤波和 高通滤波以及二元下抽样得到信号的低频部分L和高频部分H。而根据Mallat算法，二维小波变换可以用一系列的一维小波变换得到。对一幅m行n列的图 像，二维小波变换的过程是先对图像的每一行做一维小波变换，得到L和H两个对半部分；然后对得到的LH图像（仍是m行n列）的每一列做一维小波变换。这样 经过一级小波变换后的图像就可以分为LL，HL，LH，HH四个部分，如下图所示，就是一级二维小波变换的塔式结构：

|  |  |
| --- | --- |
| LL | HL |
| LH | HH |

图1

而二级、三级以至更高级的二维小波变换则是对上一级小波变换后图像的左上角部分（LL部分）再进行一级二维小波变换，是一个递归过程。下图是三级二维小波变换的塔式结构图：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| LL3 | HL3 | HL2 | HL1 |
| LH3 | HH3 |
| LH2 | | HH2 |
| LH1 | | | HH1 |

图2

一个图像经过小波分解后，可以得到一系列不同分辨率的子图像，不同分辨率的子图像对应的频率也不同。高分辨率 （即高频）子图像上大部分点的数值都接近于0，分辨率越高，这种现象越明显。要注意的是，在N级二维小波分解中，分解级别越高的子图像，频率越低。例如图 2的三级塔式结构中，子图像HL2、LH2、HH2的频率要比子图像HL1、LH1、HH1的频率低，相应地分辨率也较低。根据不同分辨率下小波变换系数 的这种层次模型，我们可以得到以下三种简单的图像压缩方案。

方案一：舍高频，取低频

一幅图像最主要的表现部分是低频部分，因此我们可以在小波重构时，只保留小波分解得到的低频部分，而高频部分系数作置0处理。这种方法得到的图像能量损失大，图像模糊，很少采用。

另外，也可以对高频部分的局部区域系数置0，这样重构的图像就会有局部模糊、其余清晰的效果。

方案二：阈值法

对图像进行多级小波分解后，保留低频系数不变，然后选取一个全局阈值来处理各级高频系数；或者不同级别的高频系 数用不同的阈值处理。绝对值低于阈值的高频系数置0，否则保留。用保留的非零小波系数进行重构。Matlab中用函数ddencmp()可获取压缩过程中 的默认阈值，用函数wdencmp()能对一维、二维信号进行小波压缩。

方案三：截取法

将小波分解得到的全部系数按照绝对值大小排序，只保留最大的x %的系数，剩余的系数置0。不过这种方法的压缩比并不一定高。因为对于保留的系数，其位置信息也要和系数值一起保存下来，才能重构图像。并且，和原图像的 像素值相比，小波系数的变化范围更大，因而也需要更多的空间来保存

上述这些技术都比较粗糙，效率低。现在我们从小波编码起步，探讨几种高效的小波压缩方案。  
      信号的传输和处理少不了编码技术的支持，信号编码可以极大地压缩信息量，增强抗干扰能力等。同样地，小波变换作为一种信号处理技术，也有其独特的编码结构。在《基于小波变换的图像压缩技术初探》一文中，我们提到，二维小波变换具有塔式结构，如图3所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| LL3 | HL3 | HL2 | HL1 |
| LH3 | HH3 |
| LH2 | | HH2 |
| LH1 | | | HH1 |

图3

      那么这种塔式结构里，小波系数和相应的位置信息的组织关系是怎样的呢？仔细观察图4，我们可以发现，各个子图像（或称子频带）之间组成了一个从低频带指向高频带的树状结构，如图2所示：

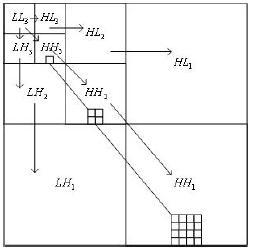


图4

      图2中，以HH3单个元素为根形成的子孙树，从它们的方向和空 间位置可以看出，这种小波树中，各级分解子带的系数之间存在很大的相似性！基于这一性质，Lewis和Knowles在1992年提出了小波零树编码算 法。这种算法的一大特点，也是一大缺点，即量化后系数为0的系数的子孙系数也置0。这种一刀切的处理很容易把重要的子孙系数忽略掉，故L-K零树编码算法 存在一定的不足。